

Concursul regional de matematică „Ioan Aron”**clasa a VII-a****etapa regională - 10 mai 2025**

1. a) Se consideră pătratul $ABCD$. Notăm M, N, P, Q mijloacele laturilor AB, BC, CD , respectiv DA , iar O un punct interior pătratului. Știind că ariile patrulaterelor $AMOQ, MBNO, NCPO$ sunt egale cu 16, 20, respectiv 32, să se afle aria patrulaterului $DQOP$.

- b) Fie triunghiul ABC în care avem $BC = a$ și $AC = b$. Demonstrați că lungimea bisectoarei unghiului $\sphericalangle ACB$ este mai mică decât media armonică a lungimilor laturilor BC și AC .

(Media armonică a numerelor pozitive x și y este $m_h = \frac{2xy}{x+y}$).

2. Fie ABC un triunghi cu $AB \neq AC$ și punctul D pe latura BC astfel încât semidreapta $(AD$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAC$. Notăm cu O_1 și O_2 centrele cercurilor circumscrise triunghiurilor ABD și ACD . Dreptele BO_1 și CO_2 se intersectează în punctul M . Demonstrați că triunghiul MBC este isoscel, iar punctele A, B, C și M sunt conciclice.

Liliana Niculescu, E:16954 G.M.B nr. 6-7-8/2024

3. Pe o tablă sunt scrise n cifre de 1 (n număr natural, $n \geq 2$). Un pas constă în alegerea a două numere de pe tablă a, b , ștergerea lor și scrierea pe tablă a numărului $\frac{a+b}{4}$. Procedul se repetă până când pe tablă rămâne scris un singur

număr. Arătați că numărul rămas este mai mare sau egal cu $\frac{1}{n}$.

Irina Răzvan, elev, Arad

4. Determinați numerele naturale x, y astfel încât: $3 \cdot 2^x + 1 = 7^y$.

Mihai Opincariu, Brad

Notă:

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore